Кохан Я. О.
к. філос. н.
Інститут філософії ім. Г. С. Сковороди НАНУ

Логічні засоби аналізу свідомості та людської діяльності: пролегомени

Проблема людської діяльності — це так чи інакше проблема діяльності індивідів, а отже індивіда. В останньому випадку має йтися про те, що діяльність буває, як це означується в загальній психології, *внутрішньою* (під цим розуміємо психічне функціонування індивіда як таке) та *зовнішньою* (це — те, що називається поведінкою).

Опис поведінки — зовнішньої діяльності індивіда — в *загальному випадку* не представляє особливого інтересу для логіка, оскільки не передбачає технічного апарату, який би виходив за межі логіки предикатів; інакше кажучи, у своїх найзагальніших випадках поведінка наділеної свідомістю особи якісно не відрізняється від процесів будь-якої іншої природи. Однак чим більше поведінка індивіда стає залежною від мотивації, яку слід описувати не в популяційно- або організмово-біологічних термінах, а в термінах внутрішнього світу представника виду homo sapiens, детермінованого його культурною приналежністю, тим більше вона набуває рис, для опису яких Ч. Пірс створив у свій час в межах логіки семіотичну концепцію. Основа семіотики — це знакові системи, уявлення про які необхідне для розуміння того, яким чином внутрішній світ людини стає доступним зовнішньому спостерігачеві в максимально близький до безпосереднього проникнення спосіб: не непрямо, через закономірності, що виявляються у поведінці носія психіки, а самим своїм змістом, закодованим у знаки, котрі можуть передаватися від індивіда до індивіда.

Таким чином, логіка цікавитиме в людській поведінці перш за все семіотична складова, і з її точки зору він розглядатиме всі феномени, які тут можна виявити. Світогляд — різновид внутрішньої психічної діяльності — являє собою ідеальний об’єкт для семіотичного аналізу; з цих причин ми зосередимося в даній роботі саме на ньому, залишивши інші суміжні або загальніші питання без розгляду. Носій світогляду — окремий індивід — виступатиме за такого підходу в якості семіотичної системи, яка зберігає і перетворює інформацію, і може з часом змінювати свої властивості. Тим самим ми розглядатимемо два аспекти функціонування семіотичних систем: власне знаковий і динамічний, пов’язаний з часовою тривалістю та змінами (або з їх відсутністю).

1. Семіотичні системи. Під семіотичними системами розумітимемо системи, здатні передавати іншим системам дії та характеристики своїх (внутрішніх) станів; інформацію розглядатимемо як одну з характеристик стану семіотичної системи; звідси маємо, що семіотичні системи здатні передавати одна одній інформацію.

Більш строга характеристика має бути пов'язана з тим, що розглядувані об'єкти — семіотичні системи — існують в часі, отже в кожен момент часу перебувають в певному стані. Якщо постулювати, що для кожної семіотичної системи існує множина $\mathfrak{S}$ станів $\mathfrak{s}$, одного і тільки одного з яких вона може набувати в різні моменти чи проміжки часу, тоді кожна семіотична система описуватиметься як кортеж станів $<\mathfrak{s}_1, \ldots, \mathfrak{s}_n>$, де $\mathfrak{s}_1$ — початковий стан системи (в якому вона з'явилася на світ), а $\mathfrak{s}_n$ — кінцевий стан системи (в якому вона припиняє своє існування). На будь-якому часовому проміжку $[t_0; t_1]$ семіотична система реалізовуватиметься як кортеж $<\mathfrak{s}_{t0}, \ldots, \mathfrak{s}_{t1}>$. Оскільки немає сенсу виділяти один і той же стан, якщо він реалізовується в послідовні моменти часу — достатньо звертати увагу лише на зміну кожного стану наступним — варто розглядати не кортеж $<\mathfrak{s}_{t0}, \ldots, \mathfrak{s}_{t1}>$ як послідовність, записану для *всіх* моментів часу, а деякий інший кортеж $<\mathfrak{s}_{i0}, \ldots, \mathfrak{s}_{i1}>$, що являє собою послідовність станів системи, котрі змінюють один одного на даному проміжку часу; тут i_0 — проміжок, що починається в момент t_0, i_1 — проміжок, що закінчується в момент t_1.

Суттєвою проблемою при описі семіотичних систем є відсутність на даний момент теорій, які були б здатні одночасно і строго описувати дії, інформацію (когнітивне), та некогнітивні характеристики станів семіотичних систем, (такими системами є, в тому числі, окремі люди та групи людей). Ці три явища, які присутні в деяких семіотичних системах, не суть однорідні; здійснювалися спроби створити апарат для опису двох із них [1], але усі три явища не здатна охопити жодна теорія. Виходячи з цього, обмежимося описом когнітивних явищ в межах семіотичних систем, для чого на нинішній момент існує досить добре розроблений технічний апарат.

Таким апаратом для нас слугуватиме металогічна теорія, започаткована дослідженнями Е. Поста, яка в різних формулюваннях називається теорією канонічних числень (формулювання самого Поста), теорією формальних систем [2], теорією дедуктивних систем [3].

Перший крок до побудови цієї теорії був зроблений ще в XIX ст. засновниками сучасної символічної логіки Ґ. Фреґе і Дж. Пеано, які зуміли математичне доведення (з точки зору логіки — вивід) зробити об'єктом логічного аналізу. Таке перетворення з із засобу дослідження на елемент теорії вимагало явного формулювання такої теорії, що призвело до створення формальної логічної теорії дедукції. В ній змістовні математичні теорії формалізуються у спеціально збудованих для цього логічних мовах за допомогою реалізованих в цих же мовах формальних логічних систем виводу (числень); в результаті з'являються формальні системи або формалізми, які представляють математичні теорії, і в яких синтезуються та аналізуються формальні виводи, що представляють змістовні доведення.

Необхідність знати основні властивості числень, що являють собою дедуктивні ядра формальних систем, породила важливі результати К. Ґьоделя, А. Тарського та ін. і привела Е. Поста до формулювання задачі перетворення поняття формальної системи на самостійний об'єкт логіко-математичного аналізу. Для здійснення цього потрібно було створити способи опису формалізмів взагалі, в той час як до Поста описувалися лише формалізми певного типу.

Останній крок в необхідному ряду абстракцій полягав у тому, щоб відмовитися від безальтернативного надання формалізмам інтерпретацій фіксованого типу — таких, в яких формальні вирази обов'язково представляють висловлювання і твердження, а формальні правила виводу буквально формалізують змістовні правила міркування. Насправді, можливі інтерпретації, які б пов'язували формальні вирази зі станами не абстрактних, а емпіричних систем, а формальні правила виводу представляли б процеси, які перетворюють послідовні стани системи один в одного. Цей крок був здійснений ще у першій роботі Поста з даної тематики [4], але довгий час не був достатньо усвідомлений фахівцями-логіками. По суті, ми бачимо реалізацію цього кроку на практиці тільки у роботах С. Маслова.

Перейдемо до викладу вказаної теорії.

Неформально говорячи, ми маємо справу з дедуктивними системами скрізь, де існує деяка множина *вихідних* об'єктів, і деяка множина *правил* побудови (*породження*) нових об'єктів, похідних від вже побудованих. В цьому разі дедуктивною системою буде множина вихідних і похідних об'єктів разом; називатимемо їх *об'єктами породження* (правила породження в більшості формулювань також розглядаються як частини дедуктивної системи). У випадку, якщо об'єкти породження суть формули або речення, ми маємо справу із системою, дедуктивною у вузькому сенсі, або ж з логістичною системою; правила породження в цьому випадку є правилами перетворення [5]. Якщо об'єкти породження — індивіди, система набуває вигляду, який прийнято називати рекурсивним.

Дедуктивні системи найбільш загального вигляду називаються канонічними численнями; канонічні числення були введені Е. Постом.

Канонічним численням називається четвірка виду

$$(\text{К}, \text{Р}, \text{А}, \pi), \qquad \Delta$$

де множина К називається алфавітом числення Δ, її елементи — константами, елементи множини Р — змінними числення Δ, А — списком аксіом числення, π — списком правил виводу, кожне з яких має вигляд

$$\frac{\Sigma_1, \ldots, \Sigma_m}{\Sigma_0,} \qquad (*)$$

де $m \geq 1$, Σ_i — слова (кортежі) в алфавіті $\text{К} \cup \text{Р}$ ($0 \leq i \leq m$), всі змінні зі слова Σ_0 входять до якихось зі слів $\Sigma_1, \ldots \Sigma_m$, які називаються посилками правила (*), а Σ_0 — висновком правила (*); про саме правило (*) говорять, що воно m-посилкове. Множини К і Р не мають спільних елементів.

Для можливості здійснення виводів у численні Δ за правилом (*) доводиться ще ввести правило підстановки, яке дозволяє підставляти в будь-яке слово числення замість змінних довільні слова, складені з елементів алфавіту К (які називають словами над К): замість кожного входження кожної зі змінних —

одне й те саме слово над K (не обов’язково різні слова замість входжень різних змінних).

Аппарат теорії канонічних числень є практично універсальним. Буквально канонічні числення здатні моделювати всі недетерміновані дискретні процеси; детерміновані дискретні процеси описуються засобами теорії алгоритмів, при чому поняття алгоритма виявляється частинним випадком поняття канонічного числення. Як можна показати, процеси з недискретним перебігом так чи інакше теж можуть бути описані в термінах дискретних дедуктивних систем (канонічних числень). Це можливо принаймні у тих випадках, коли процес може бути описаний як марківський ланцюг. В цьому випадку, маючи чітке задання множини $\mathfrak{S}$ станів $\mathfrak{s}$ системи, можна здійснити так зване марківське розбиття цієї множини на скінченну систему її підкласів $\{\mathfrak{s}\}$, яке зберігатиме марківський характер первинного опису і при цьому матиме вигляд дискретної послідовності [6; 213]. Оскільки закономірності переходу від всякого $\{\mathfrak{s}\}_i$ до наступного в часі $\{\mathfrak{s}\}_{i+1}$ задаватимуться у вигляді правил, опис розглядуваного процесу за допомогою марківського розбиття неминуче набуде вигляду деякої дедуктивної системи, тобто, в загальному випадку — канонічного числення.

З другого боку, універсальність логічної форми канонічних числень неминуче тягне за собою і відомі недоліки. Занадто загальний, уніфікований характер правил виводу і взагалі допущенних в численнях конструкцій приводить до того, що такі конструкції виявляються адекватними для опису лише дуже елементарних компонентів тих чи інших явищ дійсності. Тому при спробі описати достатньо складне явище його доводиться доволі нетривіальним багатокрововим процесом аналізу зводити до цих елементарних компонентів, що робить весь опис дуже громіздким і, отже, практично незручним. Для зменшення цієї громіздкості доводиться вводити означеннями більш спеціальні конструкції, а також, можливо, замість деяких загальних категорій об’єктів розглядати цілі класи об’єктів більш спеціальних категорій, які в сумі рівнозначні первинним вихідним категоріям (скажімо виділяти в геометрії не одну категорію точки як вихідну, а цілі три категорії: точок, прямих і площин).

Поставивши собі завдання опису людських переконань, ми маємо приймати, що останні так чи інакше матимуть предикатну структуру. Це дозволяє одразу побачити необхідне для наших цілей звуження апарату теорії канонічних числень. Існує альтернативне формулювання вказаної теорії, в якому явно використовується предикатна структура для всіх розглядуваних у дедуктивних системах конструкцій. Системи цього роду називаються предста2вними та, за певних умов, формальними, відповідно, теорія має назву теорії формальних систем.

Найбільш загальне поняття теорії у вказаному формулюванні — це поняття представної системи. Представною системою Z називається сімірка виду (E, S, T, R, $\mathcal{I}$, $\mathcal{P}$, Φ), де

E — злічення множина елементів, які називаються виразами; для отримання необхідних математичних результатів додатково припускають, що до

E додається деяка ґьоделева нумерація g, що взаємно-однозначно відображає E *на* натуральний ряд N;

S — підмножина E, елементи якої називаються *реченнями* E;

T — виділена підмножина S; трактування її елементів залежить від характеру Z: це можуть бути загальнозначущі формули, істинні речення, теореми; якщо Z — семіотична система, це будуть речення, чий смисл приймається в даній Z за істинний в силу критеріїв, заданих виключно в межах Z;

R — друга виділена підмножина S, елементи якої можуть трактуватися в різних Z як хибні або спростовні речення/формули; в системах, що містять заперечення, R складатиметься з заперечень елементів T;

$\mathcal{I}$ — підмножина E, елементи якої називаються індивідними іменами;

$\mathcal{P}$ — множина елементів E, що називаються предикатами, разом із функцією, котра приписує кожному предикату ціле додатне число n, яке називається числом його аргументних місць, а сам предикат — n-місним;

Φ — відображення з E^{n+1} в E, тобто відображення, яке кожному виразу X з E і кожній n-ці $a_1, \ldots, a_n$ з E ставить у відповідність вираз $Xa_1, \ldots, a_n$; якщо X — це n-місний предикат, а $a_1, \ldots, a_n$ — індивідні імена, $Xa_1, \ldots, a_n$ має бути реченням.

Речення $Xa_1, \ldots, a_n$ в різних Z можуть насправді мати різний вигляд. Найпростіший з них мають предикатні атоми виду $X(a_1, \ldots, a_n)$, однак можна збудувати системи, де не буде атомів, а їхню роль виконуватимуть кванторні формули $\forall x_1 \ldots \forall x_n(x_1 = a_1 \wedge \ldots \wedge \mathrm{x} = a_n \rightarrow X(x_1, \ldots, \forall x_n))$ або $\exists x_1 \ldots \exists x_n(x_1 = a_1 \wedge \ldots \wedge \mathrm{x} = a_n \wedge X(x_1, \ldots, x_n))$.

Якщо в представній системі немає потреби виділяти множину R, вона перетворюється на шістірку (E, S, T, $\mathcal{I}$, $\mathcal{P}$, Φ) і позначається через Q.

У формулюванні Смалліана також немає множини $\mathcal{I}$, оскільки тут теорія формальних систем використовується винятково для дослідження понять рекурсивності та рекурсивної перераховності засобами, альтернативними до засобів теорії рекурсивних функцій, — тому в якості $\mathcal{I}$ завжди виступає натуральний ряд N; відповідно, функція Φ тут є відображенням з $E \times N^n$ в E. Власне, можна піти таким шляхом у загальному випадку довільної $\mathcal{I}$, однак тоді доведеться вводити додаткову функцію f з N в $\mathcal{I}$, яка перераховуватиме елементи $\mathcal{I}$, і смисл теорії, в якій поняття перераховності зводиться до понять, котрі вводяться саме в межах представних систем, просто втрачається, оскільки доводиться опиратися на такі дані теорії рекурсивних функцій, які теорія формальних систем мала породити сама.

Оскільки семіотичні системи, як системи, що містять твердження і міркування, містять тим самим і заперечення, для їх розгляду потрібно звертатися завжди до представних систем Z, а не Q, позаяк в останніх за означенням не виділяється R.

Теорія формальних систем дозволяє ввести важливе поняття рекурсивної перераховності у спосіб, відмінний від відомого з теорії рекурсивних функцій. Потрібне введення відбувається через поняття представності.

Нехай H — предикат представної системи Z, а W — множина виразів системи Z. H_{W} означується як множина всіх таких n-ок $a_1, \ldots, a_n$, що $Ha_1, \ldots, a_n \in$ W. Звідси, H_{T} — це множина всіх таких n-ок $a_1, \ldots, a_n$, що $Ha_1, \ldots, a_n \in$ T. Кажуть, що *H представляє* відношення H_{T} у представній системі Z. Якщо предикат H одномісний, H_{T} являє собою множину предметів, підпадання яких під предикат H є теоремою (істинним висловлюванням тощо) системи Z. Звідси, для довільної множини A такої, що $\mathrm{A} \subseteq \mathscr{I}$, H представляє A в Z тоді і тільки тоді, коли

$$\forall x\ (x \in \mathrm{A} \leftrightarrow Hx \in \mathrm{T})$$

(тобто, $\mathrm{A} = H_{\mathrm{T}}$). Традиційно у теорії формальних систем розглядається представлення лише множин чисел (і числових відношень), однак ми не приймаємо цього обмеження з очевидних причин.

Порівнюючи канонічні числення з представними системами, необхідно додатково відзначити, що елементи апарату канонічних числень, будучи більш загальними, дозволяють проводити уніфікованішу, але складнішу формалізацію процесів виводу. Для випадку представних систем логічне ядро засновується винятково на операторах заперечення та імплікації та правилах підстановки і відділення (modus ponens), що інтуїтивно складає досить просту систему, і при тому дуже добре розроблену в рамках символічної логіки. За цю простоту і розробленість доводиться платити необхідністю введення якої-небуть ґьоделевої нумерації.

Ґьоделевою нумерацією виразів над K називається будь-яка взаємно-однозначна функція g з K в N (N — натуральний ряд). Якщо покласти

$$\mathrm{g}(X) = X_0,$$

де $X \in$ K, то X_0 називають ґьоделевим номером виразу X. Звідси, якщо задана множина M виразів над K, M_0 означає множину ґьоделевих номерів виразів-елементів M; для будь-якого відношення V V_0 означає відповідне відношення ґьоделевих номерів тих об’єктів, які знаходяться у відношенні V.

Ґьоделеві нумерації необхідні для введення центрального в теорії поняття рекурсивної перераховності. Для цього вводиться допоміжне поняття елементарної формальної системи, яке формалізує ідею примітивної рекурсії.

Елементарною формальною системою (E) над алфавітом K називається п’ятірка виду (K, P, $\mathscr{P}$, {$\rightarrow$, кома}, A). Множини K, P, A описувалися вище при заданні канонічних числень, $\mathscr{P}$ — при заданні представних систем; $\rightarrow$ є знаком імплікації, а кома — знаком пунктуації. Постулюється, що алфавіти K, P, $\mathscr{P}$, {$\rightarrow$, кома}, попарно не перетинаються. Правила виводу зачисляються не до заданих так систем, а до теорії (логіки) виводу наступним чином.

Термом називається будь-яка послідовність, в яку входять символи з K або P. Якщо H — n-місний предикат з $\mathscr{P}$, а $t_1, \ldots, t_n$ — терми, то $Ht_1, \ldots, t_n$ — атомарна формула. Атомарні формули суть формули; якщо $\mathfrak{F}_1, \mathfrak{F}_2, \ldots, \mathfrak{F}_n$ — атомарні формули, то $\mathfrak{F}_1 \rightarrow (\mathfrak{F}_2, \rightarrow(\ldots, \rightarrow \mathfrak{F}_n))$ — формула. Теоремою або вивідною формулою називається вираз, який або є аксіомою (E), або виводиться з аксіом шляхом скінченної кількості застосувань до вже виведених формул хоча б одного з двох правил: правила підстановки (можна відставляти довільні вирази замість змінних) та правила modus ponens; на останнє, щоправда, накладається те обмеження, що антецедент більшого засновку правила має бути атомарною формулою.

Для введення поняття рекурсивної перераховності залишається ще ввести поняття формальної арифметики. В якості останньої можна взяти будь-яку елементарну формальну систему над алфавітом, достатнім для іменування всіх натуральних або цілих додатних чисел. Тоді *рекурсивно-перераховним* відношенням за означенням називатиметься відношення, представне в якійсь формальній арифметиці; аналогічним є розуміння рекурсивно-перераховної множини. Спеціальна теорема [2; 61] гарантує, що вибір алфавіту формальної арифметики практично нічим не обмежується. *Рекурсивним* називається всяке рекурсивно-перераховне відношення, доповнення якого також рекурсивно-перераховне.

2. Емпіричний характер семіотичних систем. Основні проблеми теорії формальних систем пов'язані з поняттям рекурсивної перераховності. Для семіотичних систем, в межах яких доводиться обговорювати скінченні множини, перерахування яких не складає жодних принципових труднощів, постають зовсім інші проблеми.

Перш за все, семіотична система повинна розглядатися як в синхронному (одномоментному), так і в діахронному (тривалому) аспектах.

У синхронному аспекті семіотична система являє собою дедуктивну, або, як ми вище прийняли, представну систему. Справді, семіотична система являє собою деякий набір знакових конфігурацій — мовних виразів, — тобто охоплює множину E. Далі, в межах цієї множини виразів виділяється підмножина речень, які виражають завершені думки, що можуть стверджуватися або відкидатися в межах розглядуваної системи. Це множина S. Серед елементів S безперечно є такі, які приймаються системою (в системі), тобто такі, що складають множину T. Також, оскільки людські твердження неможливі без оператора заперечення, наявна і множина R. В семіотичних системах присутні і власні імена, тобто елементи множини $\mathcal{I}$, і предикати, тобто елементи множини $\mathcal{P}$. Нарешті, ми уміємо осмислено утворювати речення, що за структурою є предикатними атомами, що означає, що ми застосовуємо відображення Φ.

Окрім перелічених множин семіотичні системи завжди містять ще одну важливу підмножину множини S. А саме, множина вивідних речень T вводилася для позначення виняткова речень, які виводяться з деяких аксіом; саме так слід розуміти елементи T і у випадку семіотичних систем. Але в такому разі потрібно казати, що в людських головах закладені певні апріорні твердження — «аксіоми», «постулати», упередження — які породжують в якості своїх висновків всю множину T. Речення з T (точніше, їхні смисли) сприймаються семіотичною системою як істинні, але ця істинність в силу наявності аксіоматичних положень є виняткова апріорною, незалежною від емпіричної реальності, в якій перебуває семіотична система, і переноситься з одного положення на друге дедуктивним виводом. Цей факт ілюструється будь-якими прикладами, коли переконання індивіда вступають в конфлікт з реальністю, але і надалі захищаються ним. Разом із тим, реальність диктує індивіду прийняття певної кількості положень, які також виражаються реченнями з S; в цьому випадку джерело істинності знаходиться поза межами самої семіотичної системи, що дозволяє говорити про якийсь додатковий механізм внесення в семіотичну систему істинності, принципово відмінний від дедуктивного (про внесення істинності див. [7]). Таким чином, потрібно виділяти в семіотичних системах принаймні ще одну підмножину B множини S, яка містить речення, істинність яких засвідується емпіричним шляхом. Елементи B і саму B називатимемо *трансцедентними* щодо даної семіотичної системи.

Множини T і B можуть перетинатися; це відбуватиметься в тому випадку, коли система зуміє вивести верифікований нею вираз X із своїх «аксіом»-упреджень (переконань).

Назвемо семіотичну систему ($\mathscr{S}$) *дедуктивно суперечливою*, якщо в ній T і R мають спільні елементи. Система ($\mathscr{S}$) є *дедуктивно повною*, коли $T \cup R = S$. Дедуктивно повна і водночас несуперечлива система називається *насиченою*. Дані поняття застосовні до будь-яких представних систем. Наступне поняття має емпіричний характер і застосовне лише для семіотичних систем.

($\mathscr{S}$) називається *емпірично суперечливою* або *нереалістичною*, якщо в ній B і R мають спільні елементи. Така система заперечуватиме деякі емпіричні (трансцедентні) положення, які водночас стверджуватиме.

Семіотична система може бути дедуктивно повною лише за умови, якщо в ній наявні відповіді на будь-які запитання, так що її неможливо здивувати, представивши якісь принципово нові, невідомі для неї факти. Такі системи строго кажучи не існують, тобто ніхто з нас не знає всього, що тільки можна, наперед. Відтак, не буває насичених емпіричних систем. Це зокрема означає, що неможливо знайти семіотичну систему, яка б не потребувала змін та адаптації до нового знання.

Ввести поняття емпіричної повноти не видається можливим на даний момент через проблематичність ідеї існування спростовних трансцедентних елементів в S; якщо ж це питання не вияснене, ми не можемо стверджувати, що об’єднання множин T, R і B покриває всю множину S.

В діахронному аспекті представних систем стає недостатньо для опису семіотичних систем. Це зумовлюється тим, що найважливіші явища, які можна спостерігати в будь-якій семіотичній системі на протязі певного часу, зводяться до модифікацій системи. Є тільки два види таких модифікацій. По-перше, в семіотичних системах здійснюються міркування, тобто проводяться виводи. По-друге, сама система може змінюватися за рахунок відкидання, додавання чи переформулювання її аксіом та правил. Це означає, що адекватним засобом опису діахронічного аспекту семіотичних систем мають стати *формальні* представні системи.

Називатимемо множину W виразів із Z рекурсивно-перераховною, якщо такою є множина W_0. Аналогічна домовленість має стосуватися і поняття рекурсивності. Тепер назвемо Z *формальною* представною системою, якщо S рекурсивна, а T і R рекурсивно-перераховні; *розв'язною* Z буде в тому випадку, коли T і R обидві рекурсивні.

Питання рекурсивної перераховності B залишимо відкритим.

Рекурсивність S гарантується ефективністю правил утворення: якщо система ($\mathcal{S}$) однозначно розрізняє речення і не-речення, S матиме потрібну властивість. Рекурсивна перераховність T та R забезпечується можливістю перебору всіх виводів в ($\mathcal{S}$). Для цього дедуктивна структура ($\mathcal{S}$) має бути описана явно. Якщо при цьому ми відмовилися описувати її в гранично загальних термінах канонічних числень, доводиться звернутися до апарату формальних систем.

Назвемо *прагматичною системою* П трійку (К, А, π), тобто систему, яка відрізняється від канонічного числення відсутністю змінних. *Виводом* в П є будь-яка послідовність виразів над К така, що кожен із них або є аксіомою, або виводиться з якихось із попередніх виразів даної послідовності за одним із правил з π. Вивід називається виводом свого останнього виразу. Вираз називається *вивідним* в П або *теоремою* П, якщо в П існує його вивід.

Прагматичні системи можуть бути повністю описані в термінах елементарних формальних систем. Для цього потрібно ввести поняття представлення для останніх. Воно буде подібним для поняття представлення у власне представних системах. Отже, якщо H — n-місний предикат елементарної формальної системи (E) над алфавітом К, то *H представляє* множину всіх n-ок $X_1, \ldots, X_n$ (відношення між $X_1, \ldots, X_n$) виразів над К таких, що $HX_1, \ldots, X_n$ виводиться в (E). Зокрема, коли H — одномісний предикат, а W — множина виразів над К, H представляє W, якщо для кожного виразу X над К виконується умова

$$X \in W \text{ тоді і тільки тоді, коли } HX \text{ виводиться в } (E)$$

Якщо в (E) знайдеться предикат H, який представляє дане відношення або множину, вони є представними в (E).

Відношення V у множині виразів над К називається *формально представним* над К, якщо воно представне в деякій елементарній формальній системі над К; те саме стосується будь-якої множини виразів.

П за означенням буде *формальною* (прагматичною) *системою*, якщо множина її теорем формально представна.

Ввівши всі необхідні поняття, здійснимо попередній аналіз поведінки семіотичних систем (тобто торкнемося діахронного аспекту таких систем). Поведінка так чи інакше фіксується у змінах. Розглядатимемо лише зміни першого типу, тобто здійснювані в системі дедуктивні виводи та прийняття речень з B. Інакше кажучи, якщо в певний момент часу ми зуміли описати дану семіотичну систему ($\mathcal{S}$) як представну систему $Z_{(\mathcal{S})}$, то надалі ми маємо вважати її завжди тотожною $Z_{(\mathcal{S})}$; відтак, по-перше, ми будемо розглядати ($\mathcal{S}$) тільки у ті моменти, в які стаються кроки виводу, і, по-друге, потрібно буде виділяти актуально виведену на кожен момент часу множину теорем та множину актуально прийнятих висловлювань (речень) з множини B. Перша обставина приводитиме до розгляду дискретної послідовності $<\mathfrak{S}_{i0}, \ldots, \mathfrak{S}_{i1}>$ станів системи; друга обставина визначатиме вид цих станів. Назвемо i-тим *зрізом* системи ($\mathcal{S}$) вісьмірку (E, S, T_i, R_i, B_i, $\mathcal{I}_i$, $\mathcal{P}_i$, Ф), яка описує всю сукупність виразів, актуально доступних системі в проміжку між i-тим та i+1-им кроками її еволюції. Введення поняття зрізу дозволяє описувати процеси накопичення знань та їх втрати (забування) системою. Деяка теорема, зокрема, може бути ще не виведеною на i-тому кроці, отже актуально не доступною системі в межах i-того зрізу. Проблема забування є значно складнішою і тут не розглядатиметься.

Принциповою особливістю зрізу є те, що множини T_i, R_i, B_i, $\mathcal{I}_i$, $\mathcal{P}_i$ актуально доступних виразів скінченні, оскільки жодна емпірична система не здатна оперувати більш ніж скінченною кількістю інформації. Множини E та S при цьому можна трактувати і не актуалістськи, і можна вивести їх за межі розгляду взагалі; відображення Ф умовно можна вважати фіксованим, отже таким, що не змінюється від зрізу до зрізу.

Емпіричний характер семіотичних систем треба додатково підкреслити. Справді, кожен з нас може міркувати спекулятивно, абстрактно, не залучаючи емпіричний матеріал, а виходячи винятково з власних переконань — можна ж обмізковувати якусь реальну ситуацію; в останньому випадку в міркування залучатиметься матеріал, взятий системою ззовні і не передбачений її дедуктивним ядром.

Звідси, казатимемо, що вирази з S, які належать T і/або R, але не належать B, суть *іманентні*. Вивід називається *іманентним*, якщо в нього не входить жодний трансцедентний вираз (тобто елемент B); в іншому випадку вивід називається *трансцедентним*. Трансцедентні виводи — це якраз емпричні міркування, а іманентні виводи представляють абстрактні, спекулятивні розмірковування.

Проблеми теорій канонічних числень і формальних систем так чи інакше обертаються довкола проблеми розв’язності. Основною проблемою теорії семіотичних систем має бути визнана проблема релевантності. Справді, здійснюючи кожен вивід, семіотична система залучає до нього доволі невелику кількість інформації з усієї доступної їй. В багатьох випадках це виявляється необхідним, але часом буває і неадекватним, коли правильний вивід може бути зроблений лише за умови зведення в один вивід в якості засновків ряду тверджень, які ніколи не розглядалися індивідом разом. Ця рознесеність різних тверджень з T_i, R_i, B_i, а також з $\mathcal{I}_i$ і $\mathcal{P}_i$ ніби по різних шухлядах пам’яті і мислительного апарату є, як видається, фундаментальним психологічним і семіотичним фактом. Як можна описати, а отже в перспективі і пояснити таке рознесення? Розв’язання цієї проблеми має стати центральним пунктом в майбутньому розвитку теорії семіотичних систем; тут же ми можемо лише вказати на цю обставину.

ЛІТЕРАТУРА

1. Wright G. H. von. Norm and Action. Routledge and Kegan Paul. – London, 1963.
2. Смальян Р. Теория формальных систем. Пер с англ. – М.: Наука, 1981.
3. Маслов С. Ю. Теория дедуктивных систем и ее применения. – М.: Радио и связь, 1986.
4. Post E. L. Formal reduction of the general combinatorial decision problem. – Amer. J. Math., 1943, v. 65, N 2.
5. Клини С. К. Введение в метаматематику. Пер с англ. – М.: Изд. иностр. лит., 1957.
6. Николис Г., Пригожин И. Познание сложного. Введение. Пер. с англ. Изд. 2-е. – М.: УРСС, 2003.
7. Лакатос И. Бесконечный регресс и основания математики // Современная философия науки. – М., 2000.